

激光模式分析实验

激光的出现改变了科学和技术的面貌。激光的横模、纵模等基本物理特性是激光技术学习中的重要内容，也是同学们毕业后从事激光产品设计开发的技术基础。

一、实验目的

- (1) 掌握激光横模、纵模的概念；
- (2) 学会使用猫眼逆向器观察激光横模；
- (3) 学会使用扫描干涉仪观察激光纵模，并学会计算纵模间隔。

二、实验内容

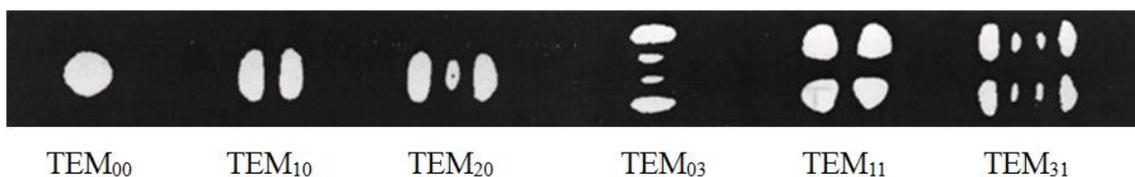
- (1) 学习通过猫眼套筒配合半外腔 HeNe 激光器，调节输出激光的横模模式，并通过光屏进行观察。
- (2) 学习通过扫描干涉仪从示波器观察输出激光对应的纵模，并学会计算纵模间隔。

三、基本原理

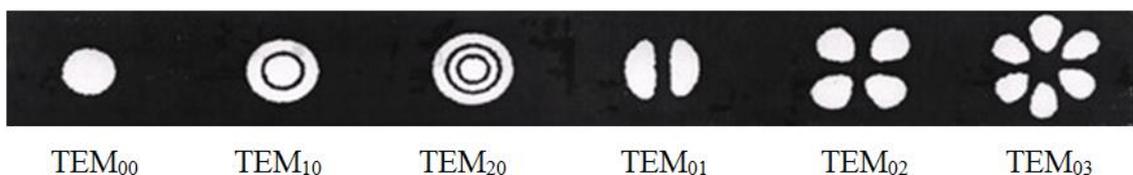
3.1 激光横模的基本概念

激光横模即自再现模，指的是开腔镜面上经一次往返能够再现的稳态场分布。光束在谐振腔内不断往返时，光场在横向分布上受到多种因素的限制，如腔镜的尺寸、气体激光器中毛细管的内壁尺寸等，这些限制起到光阑的作用，使光束通过时发生衍射。每次的光束往返都会使开腔镜面上各点的场振幅按同样比例衰减，相位产生相同大小的滞后（相移为 2π 的整数倍）。

激光的横模分布主要分为矩形分布和圆形分布两种，分别用拉盖尔高斯函数和厄米高斯函数近似。横模的表示方法为 TEM_{mn} ，对于矩形横模， m 和 n 分别表示横模图样在 x 和 y 方向上的节线数；对于圆形横模， m 为同心圆环的节线数， n 为沿直径方向通过圆心的节线数，如图 1 所示。在我们实验用到的猫眼谐振腔横模演示系统中，可以观察到如下基本横模及一些混合型横模。



(a) 矩形横模分布



(b) 圆形横模分布

图1 基本横模图样

而激光器输出何种样式的横模主要是由腔内的损耗所决定的。下文将要讲到的猫眼谐振腔,其本质就是通过改变猫眼逆向器的等效结构,进而改变腔内损耗,从而达到输出高阶横模和横模变换的目的。

任意一个稳定的谐振腔都可以等效为一个共焦腔,其菲涅耳数为:

$$N = \frac{a^2}{L\lambda} \quad (1.1)$$

其中, L 为腔长, λ 为光波长, a 为腔的横向尺寸,如圆形反射镜片的半径。对于He-Ne激光器,由于衍射孔径主要由毛细管内径而不是腔镜边界决定,因此可粗略的认为 a 是毛细管的内壁半径。菲涅耳数越大,衍射损耗越小。因此减小衍射损耗的方法是增大毛细管内径,缩短腔长。

此外,对于一定菲涅耳数而言,横模的序数越高,则衍射损耗越大,要想产生高阶横模,所需要的增益也就越多。因此基横模的衍射损耗最低,最容易满足振荡条件,高阶横模一般较难获得。

3.2 猫眼逆向器

猫的眼睛在夜间看上去会发亮,是因为光线经过猫眼的瞳孔汇聚到眼底,通过眼底反射使光束经瞳孔后沿原路返回。我们所用的猫眼逆向器如图2所示,它由一个两面镀有632.8nm增透膜的凸透镜和镀有全反膜的凹面镜构成,且满足凸透镜焦距 f 、凹面镜曲率半径 R 以及两镜间距 L 三者相等^[1]。由几何光学可知,焦面上一点发出的光经透镜后会以平行光出射,因此入射光与猫眼逆向器输出的光平行反向。也就是说,在一定的角度范围内,猫眼逆向器可以使任意方向入射的光沿原路返回。

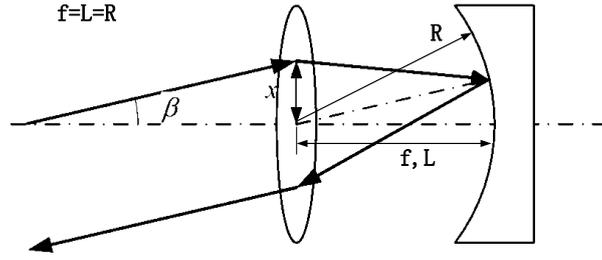


图2 猫眼逆向器结构图

利用几何光学中近轴光线的ABCD定律来理论分析猫眼逆向器的逆向反射原理。设入射光线的矢量矩阵为 $(x, \beta)^T$ ，其中 x 为光线上某点与光轴之间的距离， β 为光线与光轴的夹角。光线经过焦距为 f 的透镜后的变换矩阵为^[错误!未定义书签。]：

$$M_{f'} = M_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

光线在空气中传播距离 L 的变换矩阵为：

$$M_{L'} = M_L = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

光线经曲率半径为 R 的反射镜反射后的变换矩阵为：

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

因此，光线经过猫眼后的矢量矩阵 $(x', \beta')^T$ 为：

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x' \\ \beta' \end{pmatrix} &= \mathbf{M}_{f'} \cdot \mathbf{M}_{L'} \cdot \mathbf{M}_R \cdot \mathbf{M}_L \cdot \mathbf{M}_f \cdot \begin{pmatrix} x \\ \beta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \beta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L}{R} - \frac{2L}{f} + \frac{2L^2}{Rf} & 2L - \frac{2L^2}{R} \\ -\frac{2}{f} - \frac{2}{R} + \frac{4L}{Rf} + \frac{2L}{f^2} - \frac{2L^2}{Rf^2} & 1 - \frac{2L}{R} - \frac{2L}{f} + \frac{2L^2}{Rf} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.5)$$

当 $f = L = R$ 时，上式简化为：

$$\begin{pmatrix} x' \\ \beta' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \beta \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

可见，经猫眼逆向器后的反射光线与入射光线平行，且在凸透镜上的出射点与入

射点相对光轴对称。

当把猫眼逆向器作为半外腔He-Ne激光器的外腔镜时，与传统的凹面腔镜相比，大大提高了系统的稳定性。能够将光束逆向返回的特性使得猫眼腔在一定的失谐条件下都能保证激光器出光。

3.2.1 猫眼谐振腔及其实现横模变换的原理

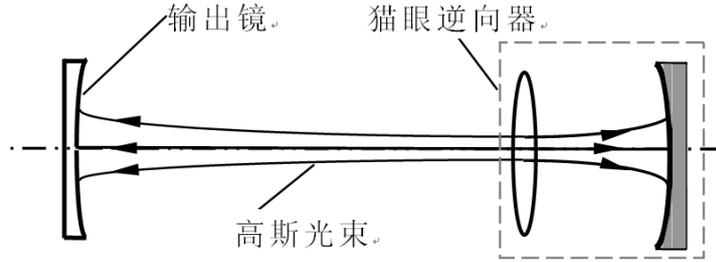


图 3 猫眼谐振腔

将猫眼逆向器作为谐振腔的示意图如图3所示。在利用猫眼产生高阶横模及实现横模变换的过程中，保证凸透镜的焦距与凹面镜的曲率半径相等，仅改变两镜间距 L ，则式(1.5)中相应的ABCD矩阵变为：

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{4L}{f} + \frac{2L^2}{f^2} & 2L - \frac{2L^2}{f} \\ -\frac{4}{f} + \frac{6L}{f^2} - \frac{2L^2}{f^3} & 1 - \frac{4L}{f} + \frac{2L^2}{f^2} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

假设猫眼可等效为一个单独的曲率半径为 R_{eq} 的腔镜，该腔镜与原猫眼凸透镜的距离为 L_{eq} ，则等效腔镜的ABCD矩阵为^[10]：

$$\begin{pmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L_{eq} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_{eq}} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L_{eq} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2L_{eq}}{R_{eq}} & 2L_{eq} - \frac{2L_{eq}^2}{R_{eq}} \\ -\frac{2}{R_{eq}} & 1 - \frac{2L_{eq}}{R_{eq}} \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

由高斯光束的 ABCD 定律，猫眼逆向器及其等效凹面镜的输出光束分别为：

$$q' = \frac{Aq+B}{Cq+D}, q'_{eq} = \frac{A'q+B'}{C'q+D'} \quad (1.9)$$

又由于猫眼与等效凹面镜的等效关系为 $q'_{eq} = q'$ ，则：

$$\frac{Aq+B}{Cq+D} = \frac{A'q+B'}{C'q+D'} \quad (1.10)$$

考虑到 $A = D$, $A' = D'$, 并且(1.10)式的展开项中 q 的对应系数相等, 可以得到:

$$\frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \quad (1.11)$$

由(1.8)式和(1.11)式得:

$$\frac{A}{C} = \frac{1 - \frac{2L_{eq}}{R_{eq}}}{-\frac{R_{eq}}{2}} \Rightarrow L_{eq} = \frac{R_{eq}}{2} + \frac{A}{C} \quad (1.12)$$

$$\frac{B}{C} = \frac{2L_{eq} - \frac{2L_{eq}^2}{R_{eq}}}{-\frac{2}{R_{eq}}} = L_{eq}^2 - L_{eq}R_{eq} \quad (1.13)$$

将(1.12)式代入(1.13)式得:

$$R_{eq}^2 = \frac{4(A^2 - BC)}{C^2} \quad (1.14)$$

因为当入射面和出射面在同一介质中时 ABCD 矩阵的秩为 1, 即 $AD - BC = 1$, 且本系统中 $A = D$, 因此由(1.14)式得:

$$R_{eq} = \pm \frac{2}{C} \quad (1.15)$$

取 $R_{eq} = 2/C$, 代入(1.7)式和(1.12)式得:

$$R_{eq} = \frac{2}{-\frac{4}{f} + \frac{6L}{f^2} - \frac{2L^2}{f^3}} = \frac{f}{\left(\frac{L}{f} - 1\right)\left(2 - \frac{L}{f}\right)} \quad (1.16)$$

$$L_{eq} = \frac{f(L-f)}{2f-L} \quad (1.17)$$

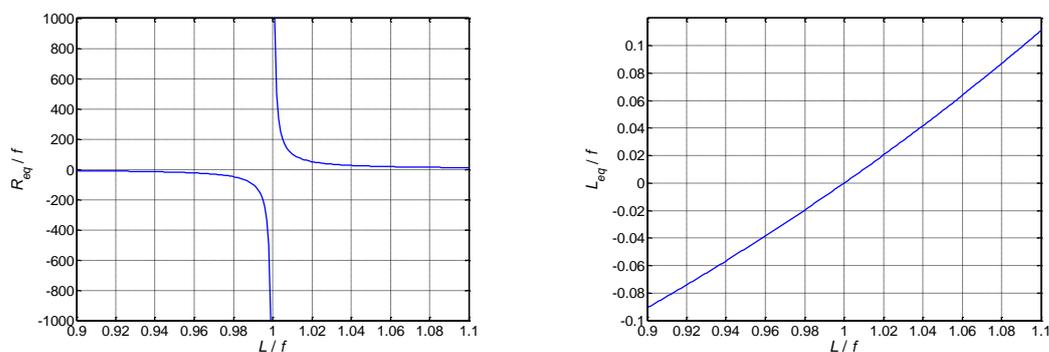
因此, 当 $L = f$ 时, $R_{eq} = \infty$, $L_{eq} = 0$; 当 $0 < L < f$ 时, $R_{eq} < 0$, $L_{eq} < 0$; 当 $2f > L \neq f$ 时, $R_{eq} > 0$, $L_{eq} > 0$ 。

当猫眼内凸透镜和凹面镜间距相对理想位置有微小增量 ΔL 即 $\Delta L = L - f$ 且 $\Delta L \ll f$ 时, 则由(1.16)式和(1.17)式得:

$$R_{eq} = \frac{f^3}{\Delta L(f - \Delta L)} \approx \frac{f^2}{\Delta L} \quad (1.18)$$

$$L_{eq} = \frac{f\Delta L}{f - \Delta L} \approx \Delta L \quad (1.19)$$

可见， R_{eq} 与 ΔL 成反比， L_{eq} 约等于 ΔL 。按照(1.16)式和(1.17)式用 Matlab 绘出 R_{eq} 和 L_{eq} 随 L 的变化曲线，如图 4 所示，其中横坐标是 L 与 f 的比值，纵坐标是 R_{eq} 或 L_{eq} 与 f 的比值。可见其特性与式(1.18)和式(1.19)所得结论相同。



(a) R_{eq} 随 L 的变化曲线

(b) L_{eq} 随 L 的变化曲线

图 4 猫眼的等效反射镜曲率半径 R_{eq} 及其位置 L_{eq} 随猫眼内两镜间距 L 的变化曲线

由以上分析可知，当 $f = R = L$ ，即猫眼的凸透镜焦距、凹面镜曲率半径、凸透镜与凹面镜间距三者相等时，可将它们等效为一个平面镜 $R_{eq} = \infty$ ，等效平面镜位于原凸透镜的位置 $L_{eq} = 0$ 。当 $L < f = R$ ，即猫眼内两镜间距小于凸透镜焦距或凹面镜曲率半径时，猫眼等效为一个凸面镜 $R_{eq} < 0$ ，且等效凸面镜位于原凸透镜之前即 $L_{eq} < 0$ 。当 $L > f = R$ ，即猫眼内两镜间距大于凸透镜焦距或凹面镜曲率半径时，猫眼等效为一个凹面镜 $R_{eq} > 0$ ，且等效凹面镜位于原凸透镜之后即 $L_{eq} > 0$ 。此外，等效反射镜的曲率半径与间距变化量成反比 $R_{eq} \approx f^2/\Delta L$ ，等效反射镜相对原凸透镜的位置约等于间距变化量即 $L_{eq} \approx \Delta L$ 。

因此，通过合理设计猫眼逆向器的机械结构，将凸透镜与凹面镜固定在一个套筒内，保证同轴。仅改变两镜间距 L ，就可以改变其等效腔镜的曲率半径和位置。谐振腔的腔长和其中一个腔镜的曲率半径变了，其等效共焦腔也变了，腔内损耗就会变化，因此会输出不同的横模图样。

3.3 激光纵模基本原理

激光纵模是指沿谐振腔轴向的稳定光波振荡模式。根据激光原理，光学谐振腔内沿腔的轴线方向形成驻波要满足谐振腔长是激光半波长的整数倍。用公式表示为：

$$L = \frac{1}{2} \lambda q \quad q = 1, 2, 3, \dots, \infty \quad (2)$$

则谐振频率为:

$$\nu_q = \frac{c}{2L} q \quad (3)$$

其中 L 是激光器的腔长, λ 是光波长, c 是光速, q 是驻波的波节数, 通常将由整数 q 所表征的腔内纵向场分布称为腔的纵模。

3.4 扫描干涉仪原理分析

扫描干涉仪可用来观察激光纵模, 还可用于间接测量频差的大小, 具有观测直观方便、对过程描述细致的优点。它的核心部件是由一对共焦的凹面镜构成的法布里—珀罗标准具 (F-P 腔), 两球面的曲率半径 R_1 和 R_2 以及两镜间距 L 三者相等, 即 $R_1 = R_2 = L$ 。其中一个凹面镜与 PZT 相连, 并由 PZT 驱动做轴向移动从而实现 F-P 腔长调谐, 如图 5 所示。

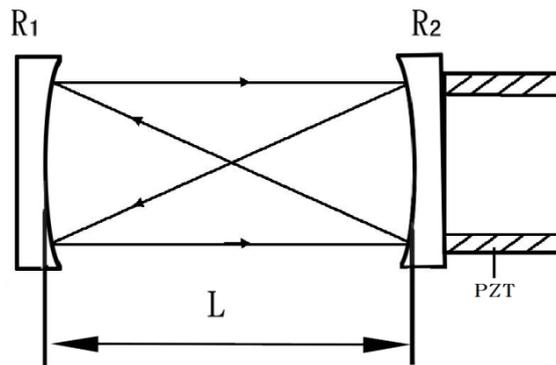


图 5 扫描干涉仪内部结构图

任意平行于激光器光轴的光线进入共焦球面扫描干涉仪的谐振腔, 经两次往返后光线完全重合, 形成一个周期, 同时与前面的光线形成干涉, 光程差为 $4L$ 。

只有当入射光波长满足谐振条件时才有极大光出射, 谐振条件为:

$$4L = m\lambda \quad (4)$$

即光程差为波长的整数倍。则出射光的频率为:

$$\nu = m \cdot \frac{c}{4L} \quad (5)$$

若入射到 F-P 腔的激光包含多个模式, 则通过 PZT 扫描调谐 F-P 腔长可使各个模式逐次满足极大出射条件。置于 F-P 腔出射端的光电探测器将各极大出射频率光的光强转变成电压, 通过信号放大器在示波器上显示出来。激光器有几个频率 (模式) 输出, 就有几个峰值电压。峰值间隔代表频差, 峰值高度代表光强大小。不考虑压电陶瓷的非线性, 一般 PZT 的伸长量与加在其上的电压成线性

关系，这样各频率之间的差就转换成了时间间隔。从本质上来说，扫描干涉仪的作用就相当于把几个同时存在的模式按频率大小做了时间排序，逐一通过。

3.4.1 自由光谱区

由式(4)可知，PZT 伸长（或缩短） $\lambda/4$ ，被观测频率重复出现一次，只是干涉级次增加了一级。用公式表示为：

$$4(L + \frac{\lambda}{4}) = (m+1)\lambda \quad (6)$$

定义相邻两个干涉级之间所允许透射光的频差为干涉仪的自由光谱区，设腔长为 L_1 时满足：

$$4L_1 = m\lambda_1 \quad (7)$$

若腔长为 L_2 时的光也满足 λ_1 的第 $(m+1)$ 级的极大出射条件，即：

$$4L_2 = m\lambda_2 = (m+1)\lambda_1 \quad (8)$$

则自由光谱区为：

$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2 = \frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} = c \frac{m+1}{4L_2} - c \frac{m}{4L_2} = \frac{c}{4L_2} \approx \frac{c}{4L} \quad (9)$$

此时，不同级次的两个频率的光都满足极大出射条件，两出射光发生重叠。因此当要观察的光谱频率范围超过 $c/4L$ 即自由光谱范围时，会出现不同级次的不同频率光发生重叠的现象，扫描干涉仪不能区分这两个频率。

3.4.2 分辨率

F-P 腔的分辨率是与自由光谱范围相对的，它决定能探测的频差的最小值。若 F-P 腔的反射率为 R ，出射光波长为 λ ，级次为 m ，则可分辨的最小波长差为：

$$(\Delta\lambda)_m = \frac{\lambda(1-R)}{m\pi\sqrt{R}} \quad (10)$$

分辨率为：

$$\frac{\lambda}{(\Delta\lambda)_m} = \frac{m\pi\sqrt{R}}{(1-R)} \quad (11)$$

由于干涉级次 m 与 F-P 腔间隔 L 成正比，故分辨率也与 L 成正比。而由式(9)又知 L 与自由光谱范围成反比，因此分辨率与自由光谱范围是相对的，大的自由光谱范围意味着低分辨率，反之亦然。在实验系统中，我们用于观察模竞争和频

率分裂的扫描干涉仪自由光谱区为 1.8G，分辨率为 10MHz。

四、实验仪器

- (1) 激光模式分析系统主机
- (2) He-Ne 激光电源
- (3) 光屏
- (4) 扫描干涉仪
- (5) 扫描干涉仪驱动器
- (6) 信号放大器
- (7) 示波器

实验装置如图 5 所示。He-Ne 激光电源的输出端接至激光模式分析系统主机；扫描干涉仪驱动器与扫描干涉仪相连；扫描干涉仪的输出端接至信号放大器；信号放大器的输出端与示波器相连。

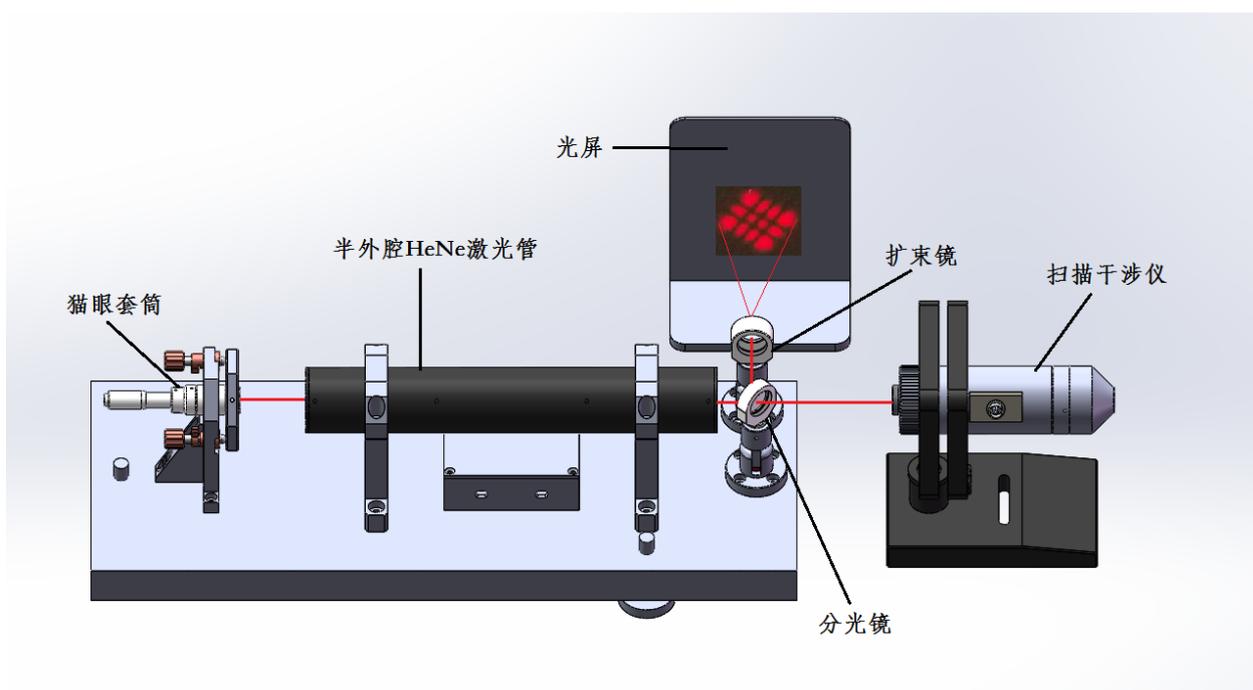


图 6 激光模式分析系统结构图

五、实验步骤

按照图 6 所示的激光模式分析系统结构图摆放好实验仪器并接好连接线、调好光路。

5.1 不同阶横模图样的观察

旋转猫眼装置的精密螺纹副，改变凸透镜与凹面镜的间距，观察到的横模图

样如图 5 所示。

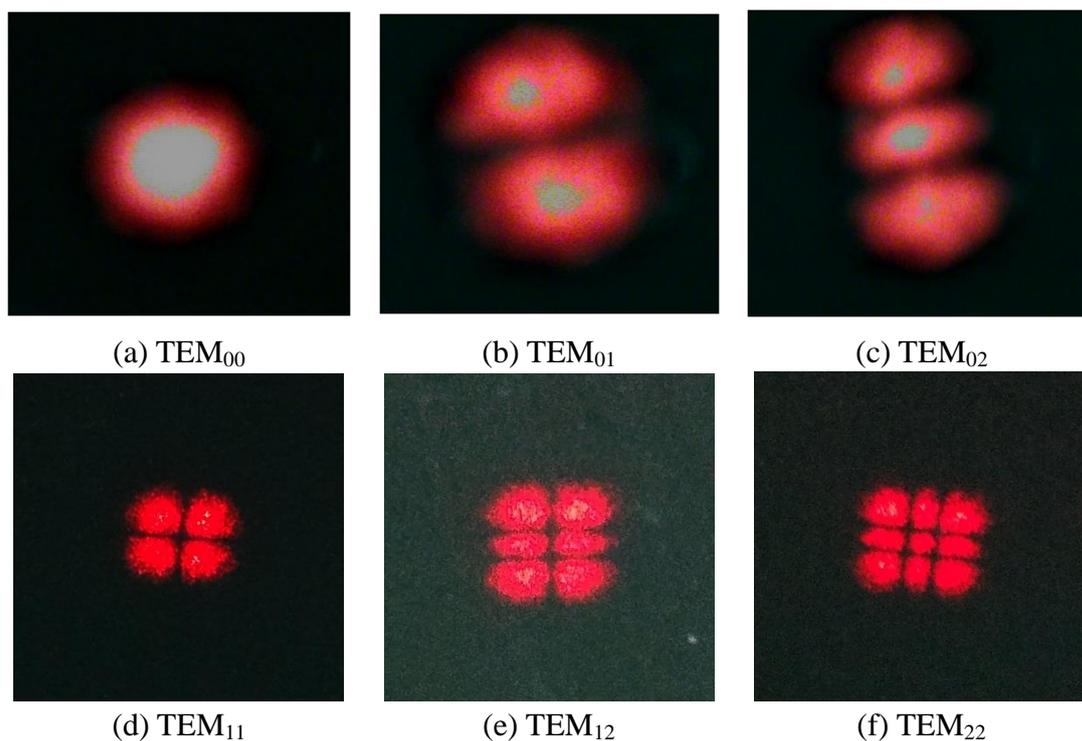


图 7 矩形横模图样的观察

起初，令凸透镜与凹面镜的间距较近，调到从不出光到开始出光的状态，此时猫眼等效为一个平面镜，高斯光束的束腰在猫眼凸透镜的位置，因此看到的横模图样为基横模，如图 7(a)。随后，继续旋转精密螺纹副以增大两镜间距，猫眼等效腔镜的曲率半径逐渐减小，根据菲涅耳数表达式可知，腔内损耗也逐渐减小，因此输出越来越高阶的横模图样，如图 7(b)~7(f)所示。

此外，调节猫眼的上下、左右位置，即改变猫眼透镜的轴心与激光器光轴的相对位置，再改变凸透镜与凹面镜间距，还可观察到圆形横模图样，如图 7 所示。

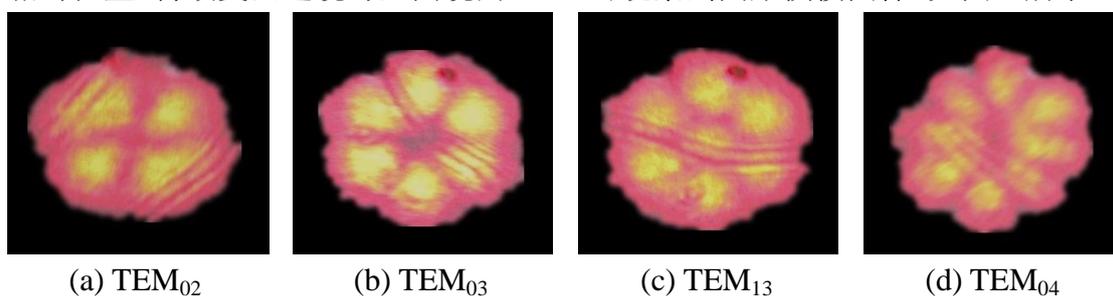


图 7 圆形横模图样的观察

5.2 激光不同阶横模对应的纵模的观察

扫描干涉仪驱动器输出连续周期变化的三角波电压，经放大后驱动扫描干涉仪的 F-P 腔前后移动。调节扫描干涉仪，使得激光器输出的光束经信号放大器放

大后幅值最大。在示波器上观察激光不同阶横模对应的纵模，如图 8 所示。

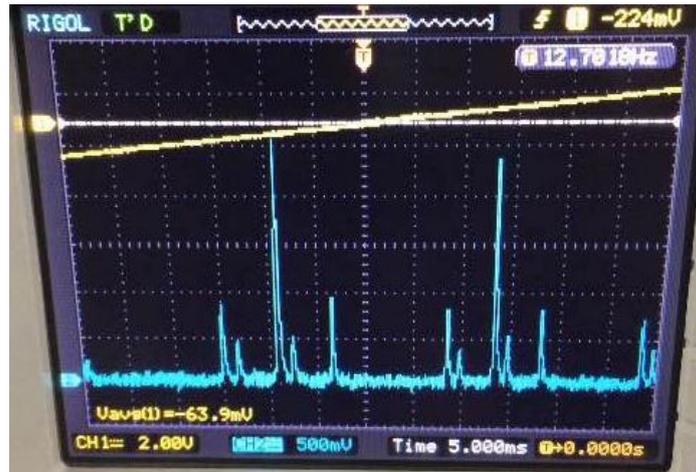


图 8 TEM₀₁ 模对应的纵模（两个周期）

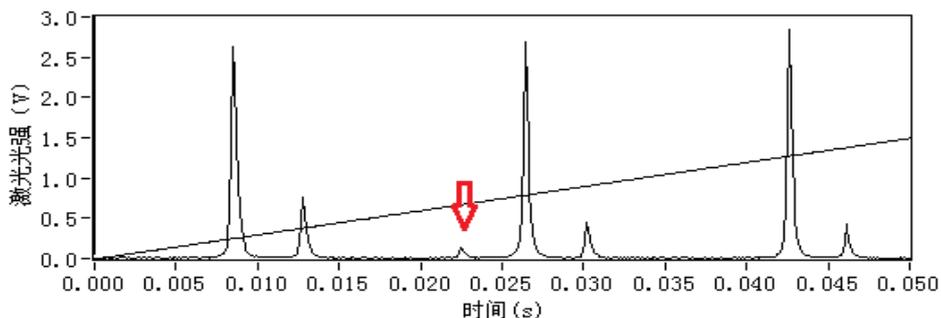
5.3 出光带宽及纵模间隔的测量

关注箭头所指的模式，如图 9(a)所示，此时它刚刚出现，即刚进入出光带宽，记下它在时间轴（频率轴）上对应的位置是 0.0225s，在减小腔长的过程中，该模式逐渐扫过出光带宽。由于在出光带宽的中心处增益最大，因此它的光强也先增大，光强最大时如图 9(b)所示，对应时间轴的位置是 0.0267s。继续减小腔长，该模式光强又逐渐减小，到 0.031s 时即将移出出光带宽，如图 9(c)所示。从刚进入出光带宽到即将移出对应的时间差为 $0.031s - 0.0025s = 0.0085s$ 。同时，图中扫描干涉仪一个自由光谱区对应的时间差为 0.0182s。

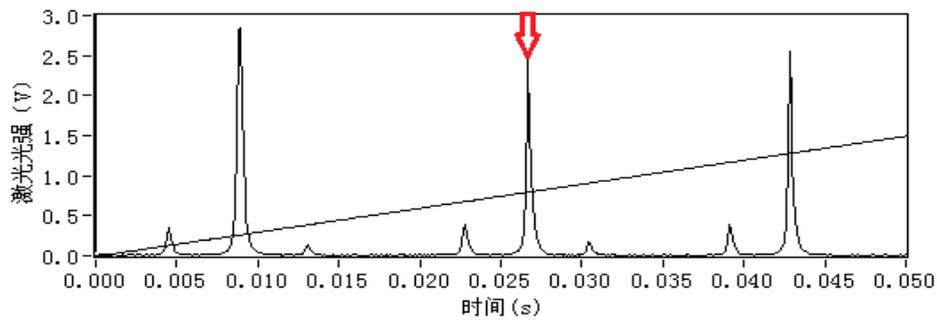
由于扫描干涉仪的作用相当于使激光模式(频率)在时间轴上线性排列输出，因此出光带宽的大小为：

$$\Delta W_b = 1.8G \times \frac{0.0085}{0.0182} = 840.67\text{MHz}$$

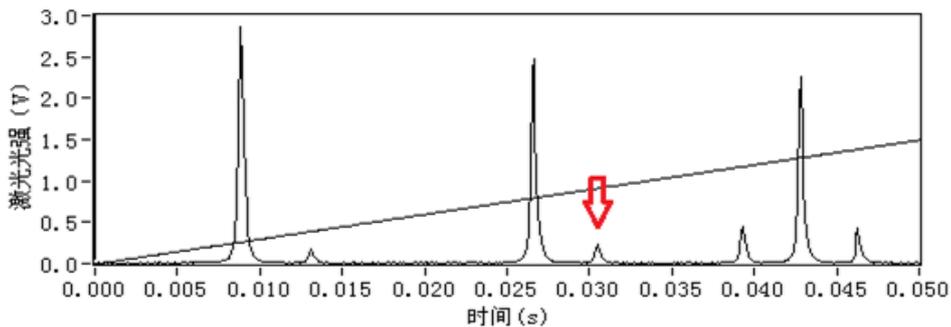
同样也可以计算双纵模或三纵模之间的纵模间隔。



(a) 刚进入出光带宽



(b) 移到出光带宽中心



(c) 即将移出出光带宽
图 9 出光带宽的测量

六、实验报告要求

- (1) 画出所观察到的激光的圆形与矩形横模分布，并注明其名称。
- (2) 画出所观察到的纵模图形，并指出其对应的横模分布。
- (3) 计算所观察到的纵模图形之间的纵模间隔。

七、思考题

- (1) 矩形横模 TEM_{33} 模对应的纵模有几个峰？对应几个频率？
- (2) 如何通过扫描干涉仪来测量纵模之间的纵模间隔？

[i] 许志广, 张书练, 杜文华 等. 高稳定及免调试“猫眼”谐振腔He-Ne激光器的研究[J]. 激光技术, 2006, 30(2): 133-135+167.

[ii] 胡朝晖. 猫眼腔激光器及其应用研究[D]. 北京: 清华大学精密仪器与机械学系, 2009.